

## Anwendung von Low Dimensional Models in der Particle Image Velocimetry

H. Nobach, C. Tropea

FG Strömungslehre und Aerodynamik, TU Darmstadt, Petersenstraße 30, 64287 Darmstadt

### Abstract

Die Analyse von Bilddaten in der Particle Image Velocimetry (PIV) kann prinzipiell verbessert werden, wenn zusätzliche Informationen über physikalische Eigenschaften des betrachteten Prozesses berücksichtigt werden. In diesem Beitrag wird eine modellbasierte Bildanalyse vorgestellt und getestet, welche neben den Bilddaten als Eingangsinformation das erhaltene Strömungsfeld anhand strömungstechnischer Randbedingungen prüft. Das iterativ zu optimierende Strömungsfeld wird mittels einer Proper Orthogonal Decomposition (POD) zerlegt um den Parameterraum zu reduzieren. Anhand simulierter Bilddaten wird der Genauigkeitsgewinn gegenüber klassischen Verfahren nachgewiesen.

### 1 Einleitung

Die Particle Image Velocimetry (PIV) ist als bildgebendes Verfahren zur Bestimmung von momentanen Geschwindigkeitsfeldern in der Strömungsmechanik etabliert. Die Analyse der aufgenommenen Bilddaten zur Gewinnung eines Geschwindigkeitsvektorfeldes umfasst in der Regel

- die Bildvorverarbeitung (Entfernung des Bildhintergrundes, Rauschanpassung, Umrechnung der Bild- in räumliche Koordinaten, evtl. Bildinterpolation und Wiederabtastung),
- die Unterteilung in Abfragefenster (evtl. im Mehrschrittverfahren),
- die Korrelationsanalyse (mit Subpixel-Auflösung, evtl. in mehreren Iterationsschritten mit Verschiebung und Deformation der Abfragefenster),
- die Validierung des berechneten Geschwindigkeitsfeldes (Informationsgehalt des Bildes und Plausibilität des Geschwindigkeitsvektors),
- die Ableitung weiterer strömungstechnisch relevanter Größen (Scherung, Rotation oder allg. Gradienten).

Bei dieser Prozedur wird nur das vorhandene Bildmaterial zur Bestimmung der Teilchenverschiebung zwischen den beiden Aufnahmen verwendet. Darüber hinaus sind üblicherweise bei Verwendung von zwei Lichtpulsen nur der Anfangs- und der Endzustand der Partikelverteilung zugänglich. In gradientenfreien Strömungen sind durch die Subpixel-Interpolation der Korrelationsfunktion Genauigkeiten bis zu 0.01 pxl bei der Bestimmung der Verschiebung eines Partikelensembles erreichbar [3]. In Strömungen mit Geschwindigkeitsgradienten, welche zunehmend an Bedeutung gewinnen, ergeben sich aber prinzipielle Grenzen der erreichbaren Genauigkeit durch

- Mittelung über das Abfragefenster
- Abweichung des Differenzenquotienten  $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$  vom Differentialquotienten  $\frac{d\vec{x}}{dt}$  (vergleichbar einer zeitlichen Mittelung)
- Lokalisierung der berechneten Geschwindigkeit durch die Teilchen (unregelmäßige Abtastung)

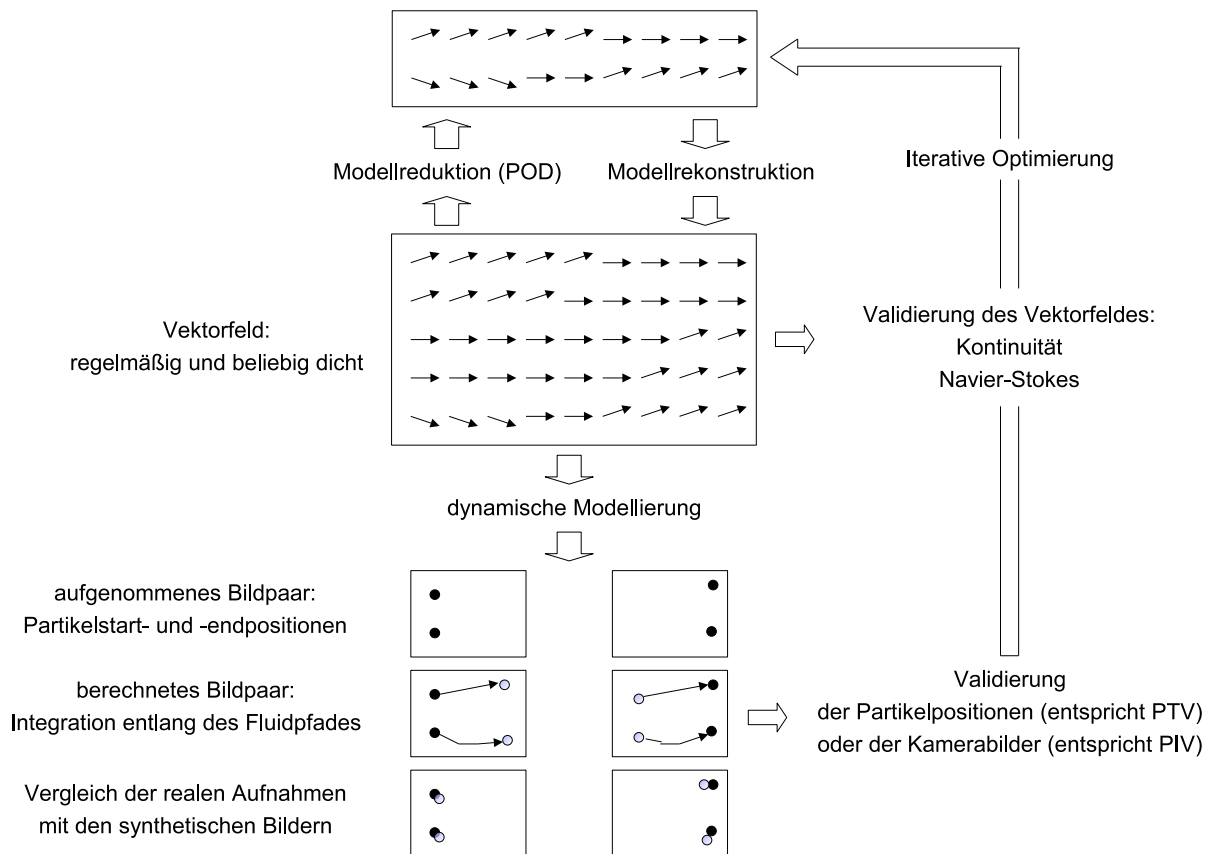


Abbildung 1: Ablaufplan des PIV-Analyseverfahrens mit Low Dimensional Models

Auch Multigrid-Verfahren, die die Auflösung schrittweise erhöhen und dadurch einige der genannten systematischen Fehler reduzieren, sind auf die direkt im betrachteten Ausschnitt des Bildes vorhandene Information beschränkt. Einen Ausweg stellen die Methoden des optischen Flusses dar [2], die aus den Bilddaten ein kontinuierliches Geschwindigkeitsfeld bestimmen, welches die beobachtete Änderung des Bildinhaltes bewirkt. Diese Verfahren sind bei der Auswertung von Szenen mit großen, strukturierten Objekten sehr erfolgreich. Die Anwendung in der PIV ist vielversprechend [5], jedoch ergeben sich Probleme durch ungleichmäßige Ausleuchtung (innerhalb eines Bildes oder in der Bildfolge) und bei hoher Partikeldichte.

## 2 Analyseverfahren

### 2.1 Grundkonzept

Das hier vorgestellte Verfahren ist eine Modifikation des in [4] vorgestellten Ansatzes. Es kombiniert die Vorteile beider Analyseansätze, indem einerseits physikalisches Vorwissen über den Strömungsprozess bereits bei der Bildanalyse einfließt und andererseits die Bewegung einzelner Teilchen oder eines Teilchenensembles durch das Strömungsfeld verfolgt wird. Das berechnete Geschwindigkeitsfeld wird dann sowohl anhand strömungsmechanischer Grundgleichungen als auch anhand des aufgenommenen Bildmaterials validiert (Abbildung 1). Durch Variation der Geschwindigkeitsvektoren wird das Geschwindigkeitsfeld schrittweise auf die möglichst gute Einhaltung beider Kriterien optimiert.

Das Verfahren arbeitet mit beliebig dicht abgetasteten Geschwindigkeitsfeldern, wobei zunächst eine grob aufgelöste aber robuste Initialisierung des hypothetischen Geschwindigkeitsfeldes mittels einer klassischen PIV-Analyse erfolgt. Nach jeder Optimierungsphase wird das Raster verfeinert, wobei einfache Interpolationsverfahren für die Gewinnung von Zwischenwerten verwendet werden. Mit steigender räumlicher Auflösung wächst die Zahl der zu optimierenden Parameter (jeder einzelne Geschwindigkeitsvektor) stark an.

Eine Reduktion der Zahl der zu optimierenden Parameter unter Erhalt relevanter Strömungsanteile

wird durch eine Proper Orthogonal Decomposition (POD) erreicht. Hierbei wird das Vektorfeld in Basiszeilen (Moden) zerlegt, die untereinander unkorreliert sind. Gleichzeitig erfolgt eine Sortierung nach dem Leistungsinhalt der einzelnen Moden. Eine wesentliche Eigenschaft der POD besteht darin, dass bei einem Abbruch der Summation der Moden zum Originalvektorfeld an beliebiger Stelle die Rekonstruktion im Sinne der Signalleistung optimal ist. Hierdurch ergibt sich die Möglichkeit einer starken Reduktion der Modenzahl, wobei fast die gesamte Signalleistung erhalten bleibt und nur die stochastischen Schwankungen unterdrückt werden.

## 2.2 Realisierung

In einer ersten Realisierung des Grundkonzeptes werden in den Bildern Teilchenabbildungen detektiert und die Teilchenpositionen in einer Liste zusammengefasst. Parallel hierzu wird eine PIV-Analyse durchgeführt, wobei große Abfragefenster mit einer starken Überlappung gewählt werden. Das resultierende Vektorfeld ist dadurch stark gemittelt. Andererseits ist die so erhaltene Initialisierung des Vektorfeldes sehr robust. Das erhaltene Vektorfeld wird einer POD unterzogen und die Zahl der Vektorzeilen reduziert. Der Reduktionsgrad richtet sich nach der gewählten räumlichen Auflösung. Je mehr Vektorzeilen und damit redundante Information zur Verfügung steht, desto stärker kann die Reduktion erfolgen.

Aus den berechneten POD-Moden kann das originale Vektorfeld rekonstruiert bzw. aufgrund der erfolgten Datenreduktion approximiert werden. Aus der Liste der Teilchenpositionen und dem hypothetischen Vektorfeld werden die Trajektorien der Teilchen berechnet, wobei die Integration in beide Richtungen erfolgt (sowohl die Teilchen aus der ersten Aufnahme vorwärts durch das Strömungsfeld bis zum Zeitpunkt der zweiten Aufnahme als auch die Teilchen des zweiten Bildes rückwärts durch das Strömungsfeld bis zum Zeitpunkt der ersten Aufnahme). Aus den berechneten Endpositionen der Teilchen werden dann synthetische Bilder generiert, welche mit den realen Aufnahmen verglichen werden. Je besser die Vorhersage mit der tatsächlichen Aufnahme übereinstimmt, desto besser passt das hypothetische Geschwindigkeitsfeld zu den Aufnahmen.

Idealer Weise sind die entsprechenden Bilder deckungsgleich. In der Korrelationsfunktion der realen und der entsprechenden synthetischen Bilder ergibt sich im gesamten Bild ein Maximum an der Null-Position, wobei die Abweichungen zur Bildung eines Fehlermaßes genutzt werden. Darüber hinaus erfolgt eine physikalische Bewertung des Strömungsfeldes anhand der Kontinuitätsbeziehung [4]

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

welche im zweidimensionalen Fall zu

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

wird. Abweichungen von dieser Beziehung gehen ebenfalls in die Bildung des Fehlermaßes ein. Bei zweidimensionaler Messung wird die Kontinuitätsbeziehung nur von zweidimensionalen, inkompressiblen Strömungen tatsächlich erfüllt. Es ergeben sich entsprechende Einschränkungen für dreidimensionale sowie für kompressible Strömungen.

In einer Optimierungsschleife werden die POD-Moden und die Koeffizienten für die Rekonstruktion des Geschwindigkeitsfeldes variiert und iterativ ein Minimum der beiden Fehlermaße angestrebt. Durch Gewichtung der beiden Fehlermaße kann ein Kompromis zwischen der Einhaltung der Bilddaten und der physikalischen Plausibilität erreicht werden.

Nach einer erfolgreichen Optimierung wird die räumliche Auflösung erhöht, wobei die Geschwindigkeiten an Zwischenpositionen des Rasters durch bilineare Interpolation bestimmt werden. Anschließend wird das Geschwindigkeitsfeld erneut einer POD unterzogen und die Parameter entsprechend der Fehlermaße optimiert.

## 2.3 Varianten

In der ersten Realisierung werden die Geschwindigkeitsvektoren der POD-Moden bzw. die Koeffizienten für die Rekonstruktion des Geschwindigkeitsfeldes in jedem Iterationsschritt zufällig ausgewählt und zufällig variiert. Wird das Fehlermaß hierdurch kleiner wird die Variation als Ausgangszustand

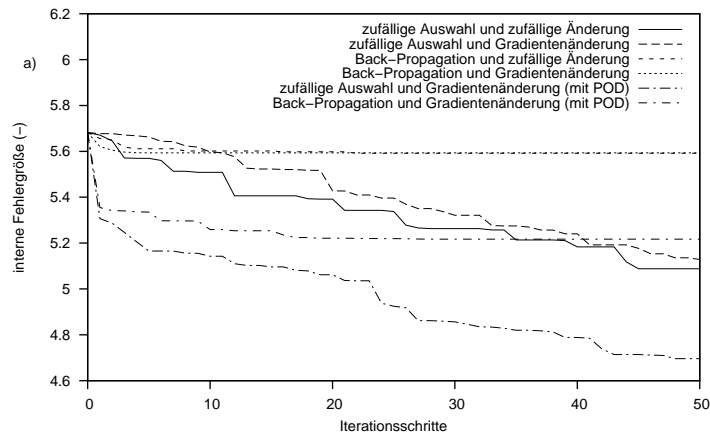


Abbildung 2: Vergleich der Optimierungsstrategien anhand ihrer Konvergenzrate

für weitere Iterationen übernommen. Wird das Fehlermaß größer wird die Variation des Parameters zurückgenommen. Dieses Verfahren ist sehr ineffizient, da einerseits die Erfolgsquote sehr gering ist und andererseits erheblicher Rechenaufwand bei der Bewertung eines hypothetischen Strömungsfeldes besteht (Integration aller Teilchentrajektorien).

Wegen der eher lokalen Auswirkung der einzelnen Vektoren des hypothetischen Geschwindigkeitsfeldes lassen sich anstelle der Fehlergrößen für das Gesamtbild auch lokale Fehlergrößen berechnen. Durch den Vergleich der lokalen Fehlergrößen lässt sich der Vektor oder Parameter ausmachen, der den größten Beitrag an der Gesamtfehlergröße hat. Durch die gezielte Optimierung dieses Vektors oder Parameters wird die Fehlergröße dann besonders stark reduziert, wodurch große Konvergenzraten erreicht werden können.

Darüber hinaus kann auch die Variation des zufällig oder gezielt ausgewählten Parameters verbessert werden, indem in der Umgebung des aktuellen Wertes eine Polynomregression der Fehlergröße durchgeführt wird. Der Parameter wird dann so verändert, dass der Fehler bzw. das Polynom minimal wird.

Die Auswirkungen der einzelnen Verfahrensvarianten sind in Abbildung 2 zu sehen. Die Verwendung der POD erhöht die Konvergenzrate deutlich, da die einzelnen Moden und die Koeffizienten zur Rekonstruktion des Geschwindigkeitsfeldes untereinander unkorreliert sind und sich somit ein gut konditioniertes Optimierungsproblem ergibt. Die gezielte Auswahl und Variation der Parameter konvergiert dabei am schnellsten. Allerdings ergeben sich Einschränkungen, denn der Algorithmus strebt in diesem Fall grundsätzlich lokale Minima der Fehlergröße an, während die zufällige Auswahl und Variation der Parameter nach entsprechend vielen Iterationsschritten das global Optimum bestimmt.

Weitere Variationen des Verfahrens betreffen die Bewertung des Strömungsfeldes anhand der Bilddaten. (Abbildung 3). In der ersten Realisierung (Abbildung 3a) werden die Teilchenpositionen bestimmt und nach erfolgter Integration der Trajektorie synthetische Bilder generiert, die mit den aufgenommenen Bildern verglichen werden. Dieses Verfahren stellt somit eine Kombination aus PTV und PIV dar. In weiteren Methoden erfolgt der Bildvergleich nur anhand der Teilchenpositionen, wobei das Fehlermaß aus den Abständen der Teilchenpositionen nach Integration des Pfades zu den nächsten Nachbarn in den realen Bildern gebildet wird (Abbildung 3b), oder die Bilddaten selbst werden entlang der Bahnlinien der hypothetischen Strömung verzerrt (Abbildung 3c).

### 3 Testbilder

Zum Test der physikalisch basierten PIV-Bildanalyse und zum Vergleich mit klassischen PIV-Methoden wurden synthetische PIV-Bilder generiert (Abbildung 4). Es handelt sich um eine

- inkompressible 2D-Strömung (2 unterschiedliche Strömungsfelder) und eine
- 2D-Scherströmung (großer Geschwindigkeitsgradient)

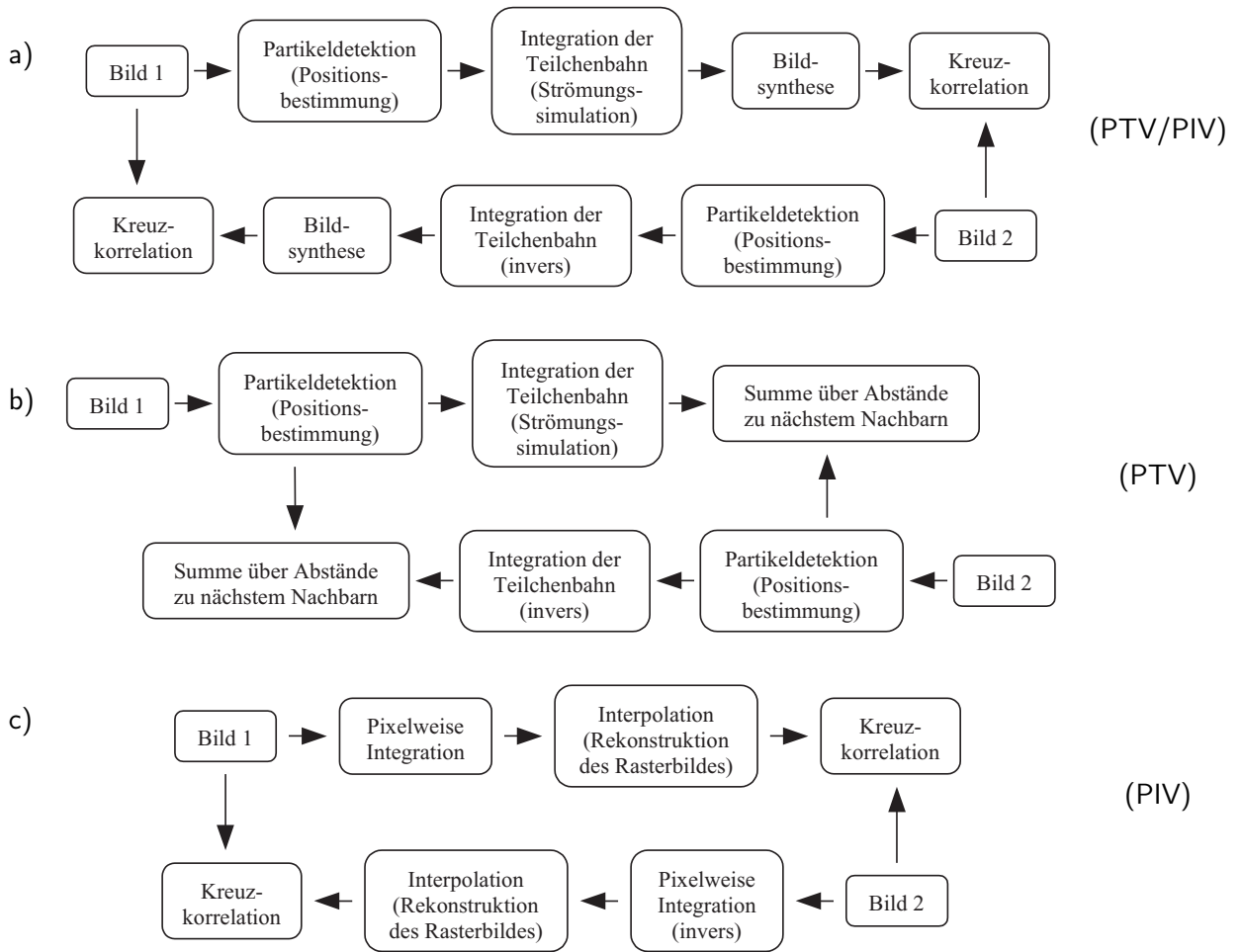


Abbildung 3: Methoden des Bildvergleichs

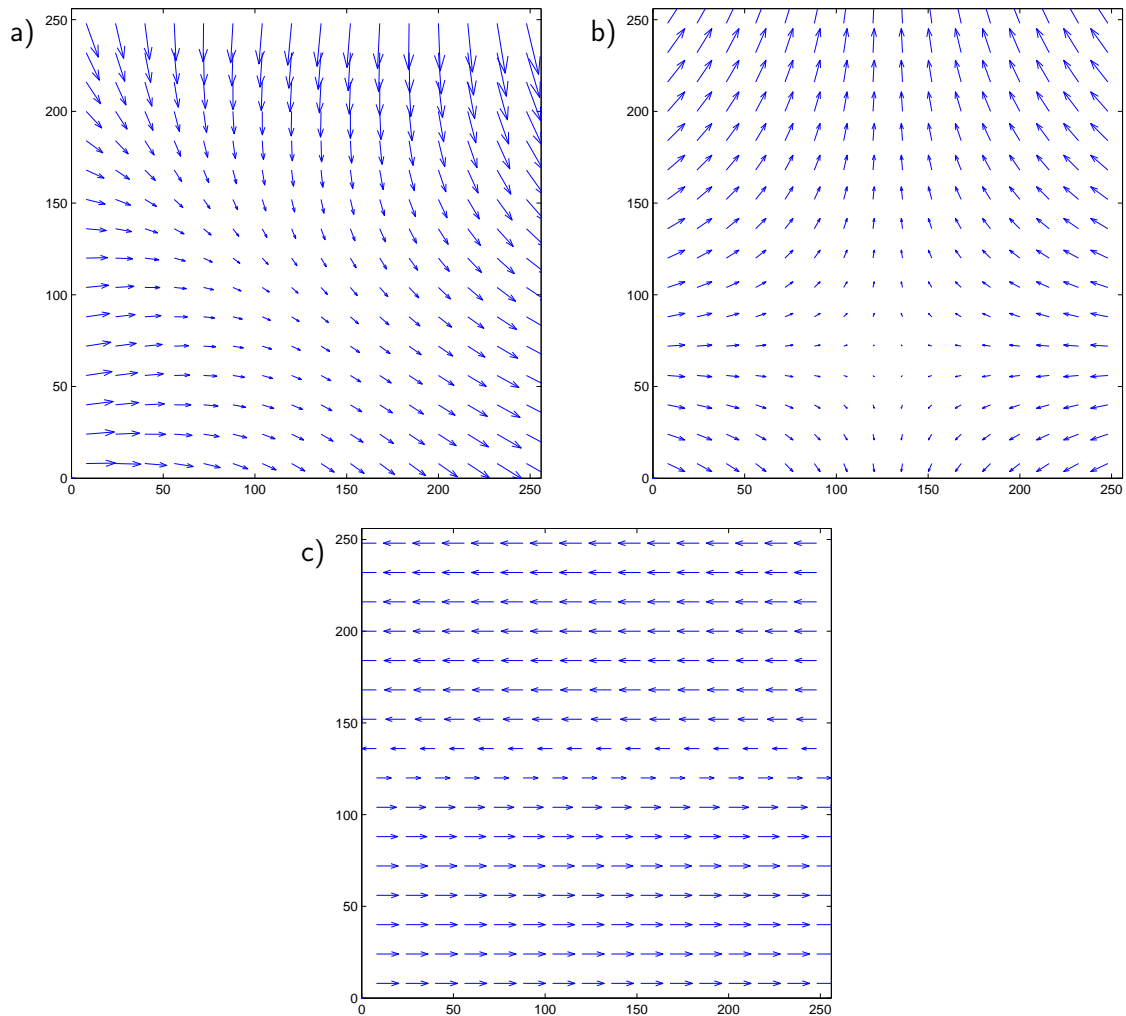


Abbildung 4: Geschwindigkeitsfelder: a) und b) inkompressible 2D-Strömung, c) inkompressible 2D-Scherströmung

Die Teilchendichte wurde mit ca. 300 Teilchen auf einer Bildgröße von  $256 \times 256$  pxl recht gering gewählt, um die Fähigkeiten des Verfahrens zu demonstrieren.

#### 4 Resultate

In Abbildung 5 sind ausgewählte Ergebnisse der physikalisch basierten PIV-Bildanalyse im Vergleich zu einer einfachen Korrelationsanalyse (Einschrittverfahren mit Subpixel-Interpolation), zu einem Mehrschrittverfahren mit Verschiebung der Abfragefenster, Subpixel-Interpolation und einer schrittweisen Verkleinerung der Abfragefenster sowie zu einer linearen Interpolation dargestellt. Die Interpolation wurde auf Basis des Ergebnisses des Korrelationsverfahrens mit einer Größe der Abfragefenster von  $64 \times 64$  Pixeln bei einer Überlappung von 50 % durchgeführt, wobei im Mittel 19 Teilchen im Abfragefenster liegen.

Zunächst ist zu bemerken, dass für die inkompressible 2D-Strömung (Abb. 5a) die Ergebnisse der einfachen Interpolation der Geschwindigkeitsvektoren bei einer Größe des Abfragefensters von  $64 \times 64$  Pixeln für alle dargestellten räumlichen Auflösungen recht genau ausfallen. Das liegt an der bereits sehr guten Schätzung der Initialiesungsschätzung. Da in der simulierten Strömung keine besonders großen Gradienten auftreten (Abb. 4a), sind die Fehler, die sich durch die Interpolation ergeben, welche keinerlei physikalische Zusammenhänge berücksichtigt, dennoch eher klein. Im Vergleich mit dem iterativen Verfahren zeigt sich, dass das Kreuzkorrelationsverfahren bei der Auflösung von  $64 \times 64$  Pixeln bereits das optimale Ergebnis liefert. Das iterative Verfahren kann bei dieser Auflösung die Fehler durch die räumliche Mittelung nicht korrigieren. Bei feineren Auflösungen ist das iterative Verfahren

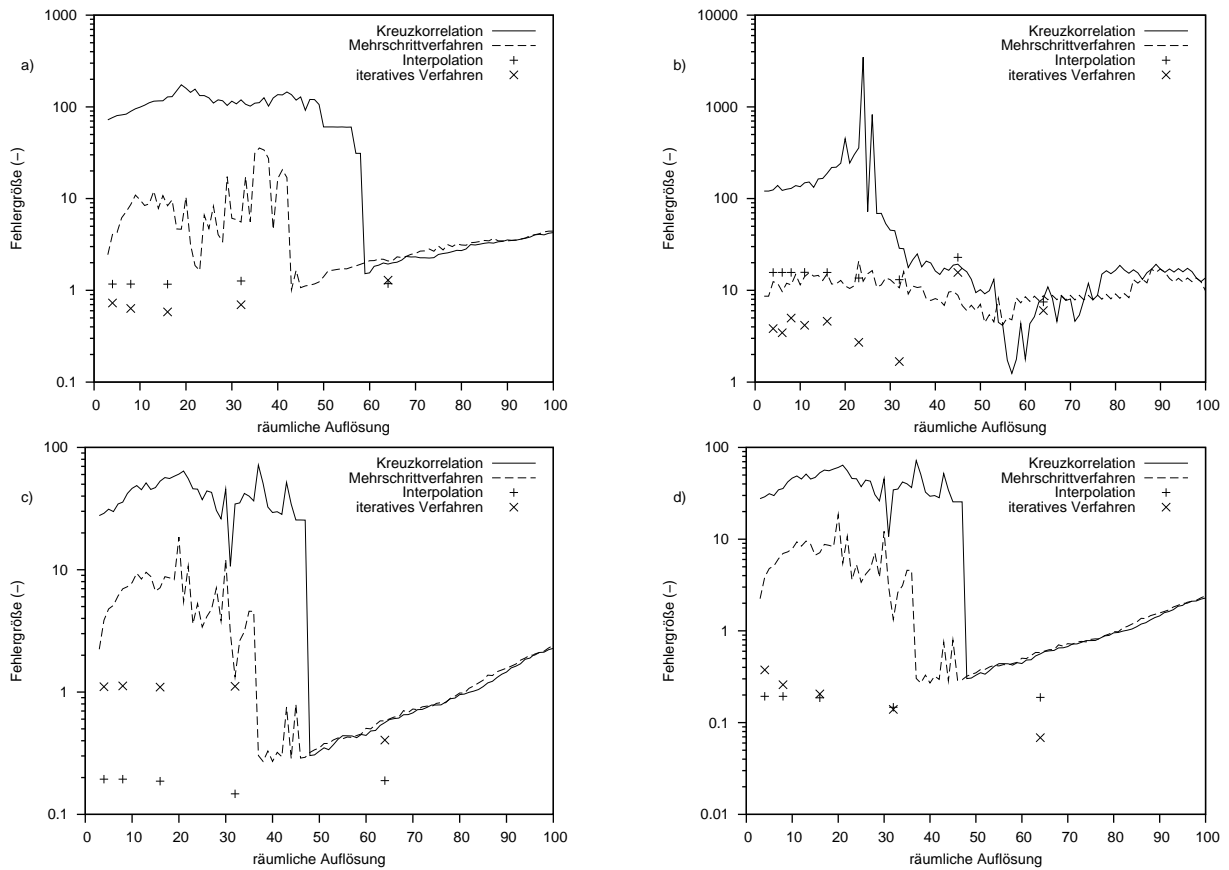


Abbildung 5: Vergleich der physikalisch basierten PIV-Bildanalyse mit den Kreuzkorrelationsverfahren und mit der Interpolation (ausgehend von einer Größe des Abfragefensters von  $64 \times 64$  Pixeln): a) inkompressible 2D-Strömung, b) 2D-Scherströmung, c) 3D-Strömung unter Einbeziehung der 2D-Kontinuität in die Bildanalyse und d) 3D-Strömung ohne Einbeziehung der Kontinuität in die Bildanalyse

jedoch in der Lage, genauere Geschwindigkeitsvektoren zu bestimmen, wodurch die Fehlergröße geringer wird. Bereits kleine Absenkungen der Fehlergröße zeigen, dass hinter dem Verfahren tatsächlich ein physikalischer Hintergrund steckt, denn einerseits kann aus den Bildern allein keine zusätzliche Information gewonnen werden, wie aus den Ergebnissen der Korrelationsverfahren zu sehen ist, und andererseits könnte ohne physikalische Hintergründe die Genauigkeit der Interpolation nicht gezielt verbessert werden. Damit wird deutlich, dass das Verfahren tatsächlich in der Lage ist, im Vergleich zu den bestehenden Verfahren, genauere Ergebnisse zu liefern, und das auch bei sehr feinen räumlichen Auflösungen.

Die Steigerung der räumlichen Auflösung wird anhand der Ergebnisse für die simulierte Scherströmung (Abb. 5b) besonders deutlich. Hier tritt ein besonders großer Gradient auf, welcher durch die Korrelationsanalyse nicht aufgelöst werden kann. Das iterative Verfahren hingegen ist in der Lage das Strömungsfeld sehr exakt zu bestimmen, was sich in einer sehr kleinen Fehlergröße widerspiegelt.

In Abb. 5c sind die Ergebnisse für eine dreidimensionale Strömung, d. h. ohne Einhaltung der zweidimensionalen Kontinuitätsbeziehung dargestellt. Aufgrund der Strömungssituation sind die Ergebnisse der Interpolation bereits sehr gut, da keine besonders großen Gradienten auftreten. Im Vergleich dazu fallen die Ergebnisse des iterativen Verfahrens schlechter aus. Durch die Voraussetzung der Kontinuitätsbeziehung bei der Bildanalyse wurde das Geschwindigkeitsfeld auf eine physikalisch plausible, die Kontinuitätsbeziehung erfüllende Strömung optimiert, was jedoch mit den tatsächlichen Strömungsverhältnissen nicht übereinstimmt. Hier zeigt sich sehr deutlich, dass bei der Verwendung von nicht erfüllten physikalischen Voraussetzungen durch die Bildanalyse keine zuverlässigen Ergebnisse zu erwarten sind.

In diesem Fall sollte das Verfahren dahingehend variiert werden, dass die Erfüllung der Kontinuitätsbeziehung nicht als Optimierungskriterium verwendet wird (Abb. 5d). Dadurch ist sichergestellt, dass die Optimierung nur anhand der aufgenommenen Bilder erfolgt, wobei keine physikalischen Randbedingungen einfließen. Auf der anderen Seite wird durch die Bilder als einzige Eingangsinformation die erreichbare Auflösung wieder direkt durch die Partikeldichte begrenzt, was sich durch den kontinuierlichen Anstieg der Fehlergröße mit feiner werdender räumlicher Auflösung zeigt.

## 5 Zusammenfassung

Das derzeit implementierte Verfahren der Low-Dimensional Models bei der PIV-Bildanalyse hat den möglichen Gewinn an Genauigkeit gezeigt, der durch die Einbeziehung physikalischen Vorwissens erreicht werden kann. Besonders im Bereich starker Geschwindigkeitsgradienten bei vergleichsweise geringer Teilchenbesähung sind die hiermit zu erzielenden Ergebnisse wesentlich genauer als mit konventionellen Analysemethoden. Begrenzt wird die erreichbare Genauigkeit derzeit durch die Genauigkeit der Positionsbestimmung der Streuteilchen. Durch die Implementierung von genauen Subpixel-Interpolationsverfahren [3] und die Berücksichtigung von Geschwindigkeitsgradienten [1] bereits bei der Initialisierung durch eine konventionelle PIV-Analyse können die Genauigkeit und die Robustheit des Verfahrens weiter gesteigert werden.

*Diese Untersuchungen wurden durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft gefördert (Az. Tr 194/21).*

## Literatur

- [1] D P Hart. PIV processing using multidimensional correlation. In *Proc. 10th Int. Symp. on Flow Visualization*, Kyoto, Japan, 2002. paper F0374.
- [2] B K P Horn and B G Schunck. Determining optical flow. *Artif. Intell.*, 17:185–203, 1981.
- [3] H Nobach, N Damaschke, and C Tropea. High-precision sub-pixel interpolation in piv/ptv image processing. In *Proc. 12th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2004. paper 24.1.
- [4] T Okuno, Y Sugii, and S Nishio. Image measurement of flow field using physics-based dynamic model. *Meas. Sci. Technol.*, 11:667–676, 2000.
- [5] C Schnörr, T Kohlberger, P Ruhnu, and H Nobach. Variational optical flow estimation for particle image velocimetry. submitted to *Exp. in Fluids*.